Materiales para la familia

Área y área de superficie

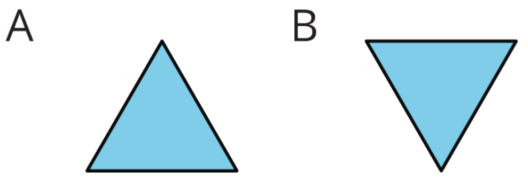
Razonemos para encontrar áreas

Materiales para la familia 1

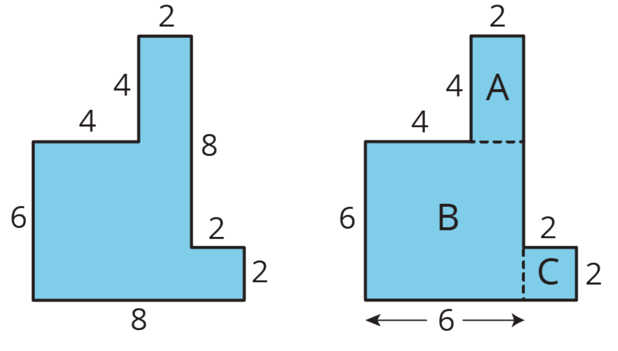
Antes de grado 6, nuestros estudiantes aprendieron a medir el **área** de una figura encontrando el número de cuadrados unitarios que cubren la figura sin superponerse ni dejar huecos. Por ejemplo, las figuras naranja y azul tienen, cada una, un área de 8 unidades cuadradas.

En grado 6, usan dos ideas para aprender a encontrar el área de figuras más complicadas:

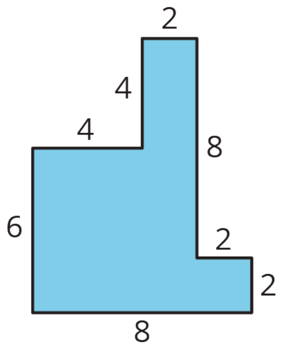
- Dos figuras que "coinciden exactamente" tienen la misma área. Por ejemplo, los triángulos A y B tienen la misma área porque el triángulo A se puede poner sobre el triángulo B para que coincidan exactamente.



- Podemos **descomponer** (partir) una figura en partes más pequeñas y encontrar su área sumando las áreas de las partes. Por ejemplo, el área de la figura de la izquierda es igual al área del rectángulo A, más el área del cuadrado B, más el área del cuadrado C.

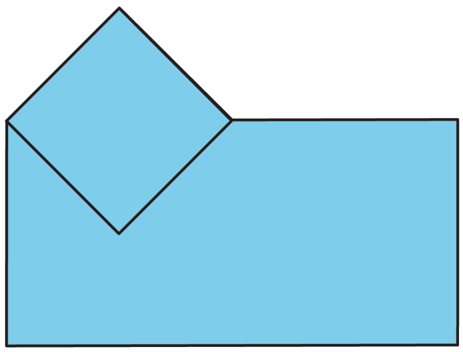


A veces **reorganizar** las partes de una figura puede ser útil para hallar su área. Por ejemplo, la parte rectangular de arriba de la figura (de 2 unidades por 4 unidades) se puede partir y reubicar para formar un rectángulo simple de 8 unidades por 6 unidades. Podemos hallar fácilmente el área de este rectángulo (48 unidades cuadradas, pues $8 \times 6 = 48$).



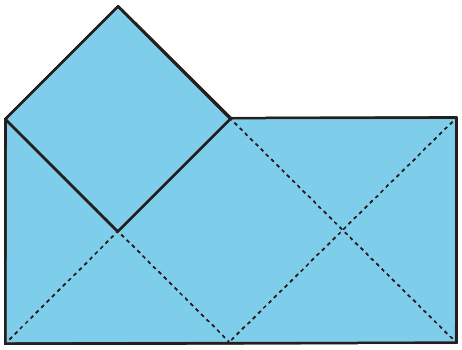
Esta es una tarea para que trabajen en familia:

El área del cuadrado es 1 unidad cuadrada. Encuentren el área de toda la región sombreada. Muestren su razonamiento.



Solución:

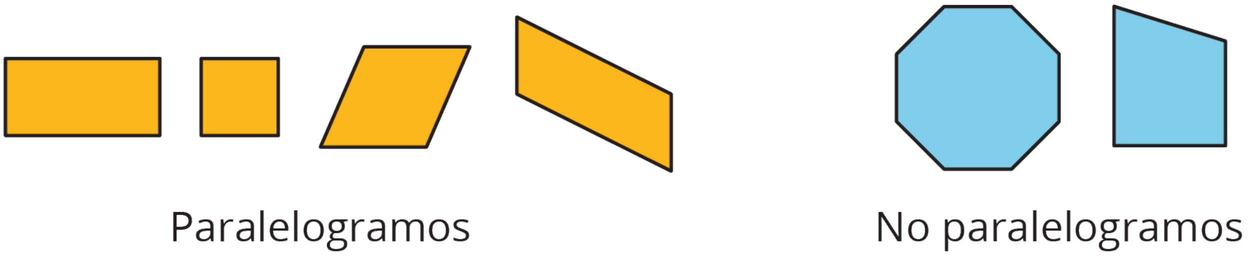
$4\frac{1}{2}$ unidades cuadradas. Ejemplo de respuesta: El resto de la región se puede descomponer en un cuadrado y varios triángulos. Dos triángulos pueden reorganizarse para que coincidan perfectamente con un cuadrado, así que cada triángulo tiene la mitad del área del cuadrado ($\frac{1}{2}$ unidades cuadradas). En la figura completa hay un total de 2 cuadrados (2 unidades cuadradas) y 5 triángulos ($5 \times \frac{1}{2}$ o $2\frac{1}{2}$ unidades cuadradas). $2 + 2\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$.



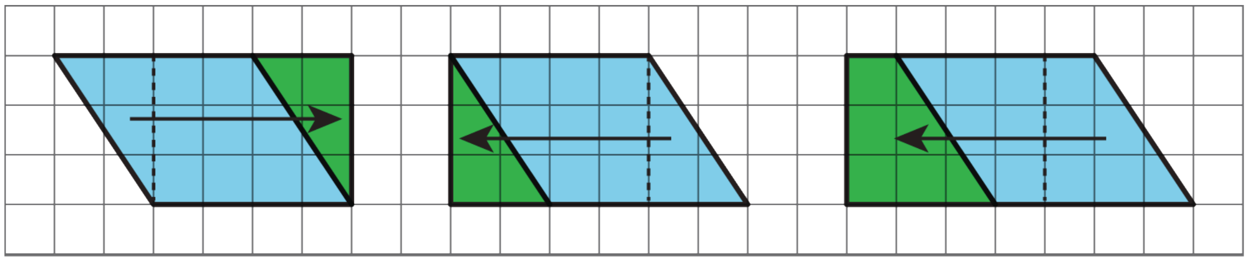
Paralelogramos

Materiales para la familia 2

Esta semana nuestros estudiantes van a investigar los **paralelogramos**. Estos son figuras de cuatro lados que tienen sus lados opuestos paralelos.



Podemos hallar el **área de un paralelogramo** si lo partimos y reorganizamos las partes para formar un rectángulo. El siguiente diagrama muestra algunas maneras de reorganizar las partes de un paralelogramo. En cada caso, el resultado es un rectángulo de 4 unidades por 3 unidades, así que su área es 12 unidades cuadradas. El área del paralelogramo original también es 12 unidades cuadradas.

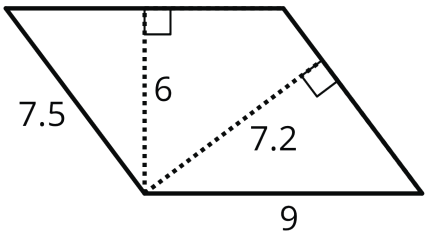


Usar estas estrategias permite a los estudiantes identificar parejas de medidas útiles a la hora de hallar el área de cualquier paralelogramo: una **base** y una **altura** correspondiente. La longitud de cualquier lado del paralelogramo puede usarse como una base. La altura es la distancia desde la base hasta el lado opuesto, medida en un ángulo recto. En el paralelogramo de la figura anterior, podemos decir que el lado horizontal que tiene 4 unidades de longitud es la base y el segmento vertical que tiene 3 unidades es la altura que corresponde a esa base.

El área de cualquier paralelogramo es $base \times altura$.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Elena y Noah están investigando este paralelogramo.



Elena dice: "Si el lado que mide 9 unidades es la base, la altura es de 7.2 unidades. Si el lado de 7.5 unidades es la base, su altura correspondiente es de 6 unidades".

Noah dice: "Yo creo que si la base es de 9 unidades, la altura correspondiente es de 6 unidades. Si la base es de 7.5 unidades, la altura correspondiente es de 7.2 unidades".

¿Están de acuerdo con alguno de los dos? Expliquen su razonamiento.

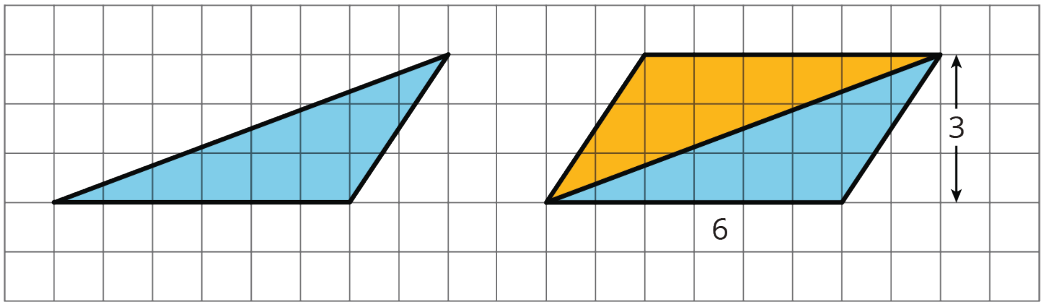
Solución:

De acuerdo con Noah. Las explicaciones pueden variar. Ejemplo de explicación: Una altura correspondiente debe ser perpendicular (dibujada en un ángulo recto) al lado que se escogió como la base. El segmento punteado de 6 unidades es perpendicular a los dos lados paralelos de 9 unidades de longitud. El segmento punteado que tiene una longitud de 7.2 unidades es perpendicular a los dos lados de 7.5 unidades.

Triángulos

Materiales para la familia 3

Ahora, nuestros estudiantes utilizarán su conocimiento sobre áreas de paralelogramos para encontrar áreas de triángulos. Por ejemplo, para encontrar el área del triángulo azul de la izquierda, podemos hacer una copia de este, rotarla y usar esos dos triángulos para formar un paralelogramo.



Este paralelogramo tiene una base de 6 unidades, una altura de 3 unidades y un área de 18 unidades cuadradas. Por lo tanto, el área de cada triángulo es la mitad de 18 unidades cuadradas, que es 9 unidades cuadradas.

Un triángulo también tiene **bases** y **alturas** correspondientes. Cualquier lado de un triángulo puede ser una base. Su altura correspondiente es la distancia desde el lado elegido como base hasta la esquina opuesta, medida en un ángulo recto. En este ejemplo, el lado de 6 unidades de longitud es la base y la altura es de 3 unidades.

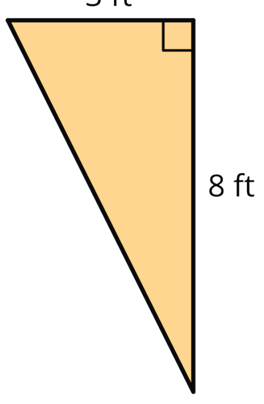
Como siempre podemos acomodar dos copias de un triángulo para formar un paralelogramo, el área de un triángulo siempre es la mitad del área del paralelogramo (tomando la misma pareja de base y altura). Podemos usar esta fórmula para hallar el área de cualquier triángulo:

$$\frac{1}{2} \times base \times altura$$

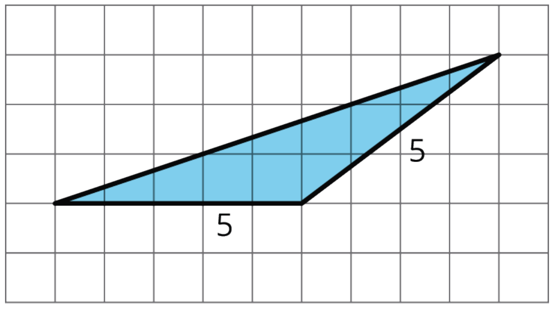
Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Encuentren el área de cada triángulo. Muestren su razonamiento.

1.



1.



Solución:

1. 12 pies cuadrados. Ejemplo de razonamiento: el triángulo es la mitad de un rectángulo de 3 pies por 8 pies, el cual tiene un área de 24 pies cuadrados.

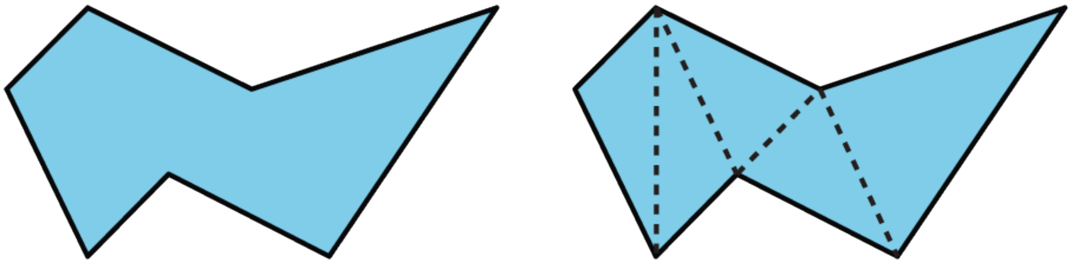
2. $\frac{15}{2}$ unidades cuadradas. Ejemplo de razonamiento: el triángulo es la mitad de un paralelogramo con una base de 5 unidades y una altura de 3 unidades. $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = \frac{15}{2}$.

Polígonos

Materiales para la familia 4

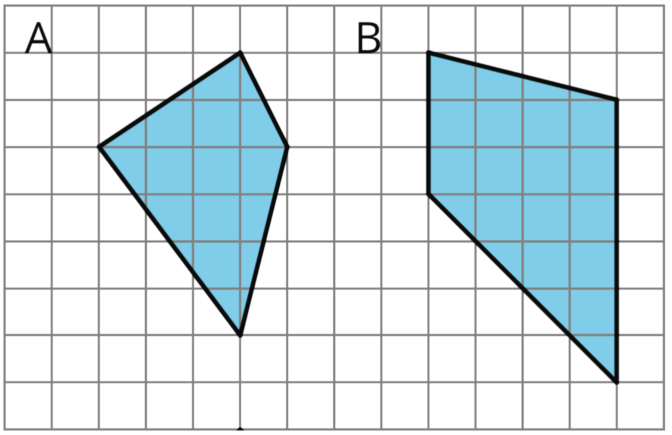
Saber cómo hallar áreas de triángulos les permite a nuestros estudiantes hallar el área de polígonos, que son figuras bidimensionales formadas por segmentos de recta. Los segmentos de recta se unen únicamente en sus extremos. Triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, etc., son todos ellos polígonos.

Para encontrar el área de *cualquier* polígono, podemos partirlo en rectángulos y triángulos. Este es un polígono de 7 lados, junto con una manera de partirlo en triángulos. Si encontramos las áreas de los triángulos y las sumamos, obtendremos el área del polígono original.



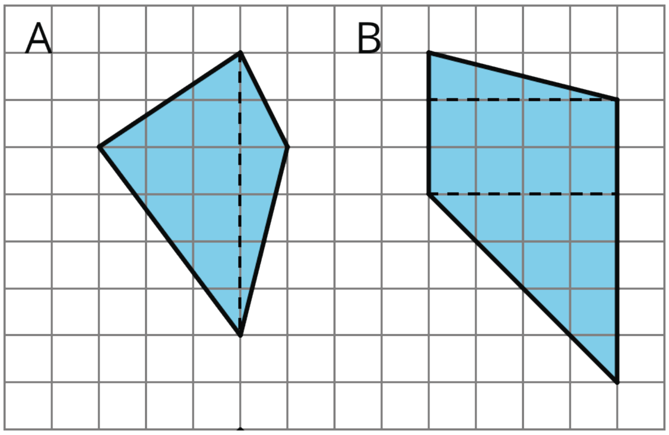
Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Encuentren el área de los polígonos A y B. Expliquen o muestren su razonamiento.



Solución:

A: 12 unidades cuadradas, B: 18 unidades cuadradas. Ejemplo de diagrama y de explicaciones:



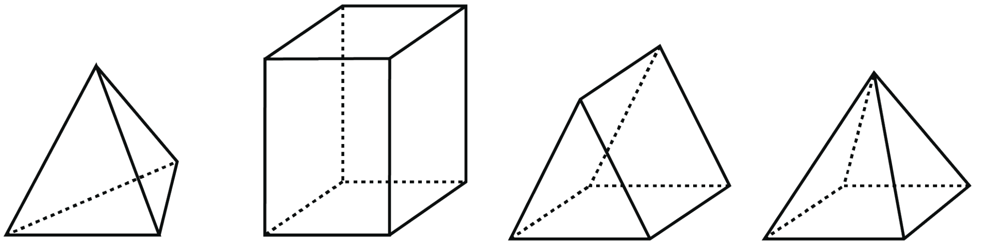
El polígono A puede partirse en dos triángulos. El de la izquierda tiene una base de 6 unidades y una altura de 3 unidades, y por eso su área es 9 unidades cuadradas ($\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 12$). El de la derecha tiene una base de 6 unidades y una altura de 1 unidad, por lo tanto su área es 3 unidades cuadradas ($\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 = 3$). El área total es $9 + 3$, es decir, 12 unidades cuadradas.

El polígono B puede partirse en un rectángulo y dos triángulos. El área del triángulo de arriba es $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1$, es decir, 2 unidades cuadradas. El rectángulo tiene un área de 8 unidades cuadradas. El área del triángulo de abajo es $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4$, es decir, 8 unidades cuadradas. $2 + 8 + 8 = 18$

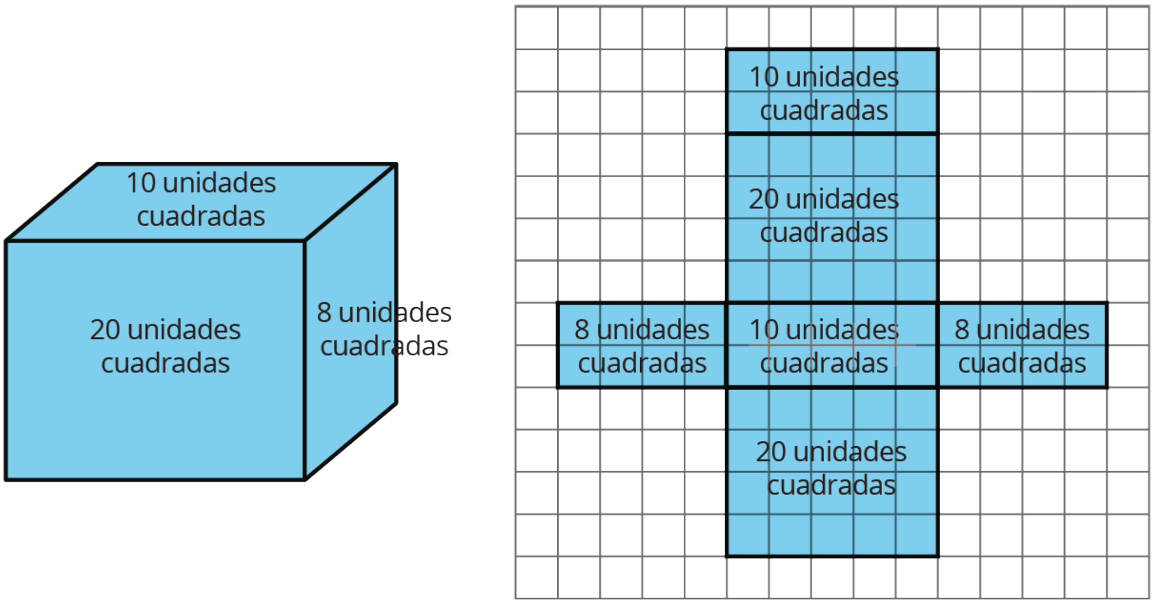
Área de superficie

Materiales para la familia 5

Imaginen que pintan todos los lados de una caja. La cantidad de superficie que debe cubrirse con pintura es el **área de superficie** de la caja. Nuestros estudiantes se van a enfocar en encontrar el área de superficie de distintos objetos tridimensionales, como los **prismas** y las **pirámides** que se muestran a continuación.

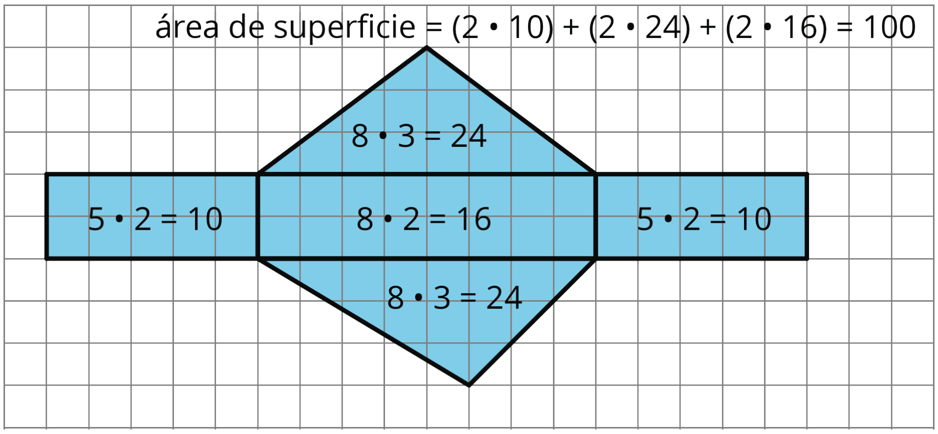


Una forma de encontrar el área de superficie de un objeto tridimensional es dibujar su **desarrollo plano**, que muestra todas las **caras** del objeto en un dibujo bidimensional. Un desarrollo plano se puede recortar y doblar para formar el objeto. Para encontrar el área de superficie del objeto, podemos encontrar el área de cada cara (como se muestra en el desarrollo plano) y sumarlas. Las áreas de las seis caras rectangulares suman 76 unidades cuadradas, porque $10 + 20 + 10 + 20 + 8 + 8 = 76$, así que el área de superficie de esta caja es 76 unidades cuadradas.



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Andre dibujó un desarrollo plano de un prisma triangular y calculó su área de superficie. Cometió dos errores: uno en el dibujo del desarrollo plano y otro en el cálculo.



1. Identifiquen los errores de Andre.

2. Encuentren el área de superficie correcta del prisma. Muestren su razonamiento.

Solución:

1. Desarrollo plano: los triángulos de un prisma triangular deben ser idénticos, pero el desarrollo plano muestra dos triángulos distintos. Cálculo: hay un par de errores. El área de cada triángulo debe ser $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3$, es decir, 12 unidades cuadradas. Andre no multiplicó la base y la altura por un medio. Ese error se repite en ambos triángulos. En el cálculo del área de superficie, Andre duplicó el área del rectángulo más grande (que tiene 16 unidades cuadradas) a pesar de que solo hay un rectángulo con esa área.

2. El área de superficie debe ser 60 unidades cuadradas. El área combinada de los dos triángulos debe ser $2(\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3)$, es decir, 24 unidades cuadradas. $10 + 10 + 16 + 24 = 60$. Ejemplo de desarrollo plano corregido: